

ПРЕДМЕТ

< ОБРАДА РЕЗУЛТАТА МЕРЕЊА >

Предавање број 4

**<** **ГРЕШКЕ** **>**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Недеља | Наставна јединица | Тематске јединице | Резултат – знања или вештине које студент треба да добије |
| 13 | Грешке | Уводна разматрања. Врсте грешака. Апсолутна и релативна грешка. | Упознавање са грешкама. |

Copyright © 2016 – Факултет медицинских наука Универзитета у Крагујевцу. Сва права задржана. Без претходне писмене дозволе од стране Факултета медицинских наука забрањена је репродукција, трансфер, дистрибуција или меморисање неког дела или читавих садржаја овог документа, копирањем, снимањем, електронским путем, скенирањем или на било који други начин.

Copyright © 2016 – Faculty of Medical Sciences of University of Kragujevac. All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying,, recording, scanning or otherwise, without the prior written permission of Faculty of Medical Sciences.

**САДРЖАЈ**

[Грешке 3](#_Toc463293214)

[Уводна разматрања 3](#_Toc463293215)

[Грешке мерења 5](#_Toc463293216)

[Грубе грешке 5](#_Toc463293217)

[Систематске грешке 5](#_Toc463293218)

[Случајне грешке 6](#_Toc463293219)

[Апсолутна и релативна грешка 6](#_Toc463293220)

Предавање бр. 13

**<** **ГРЕШКЕ >**

# Грешке

## Уводна разматрања

Циљ овог предмета јесте да оспособи студенте који су се одлучили да студирају да из мерења која врше у лабораторији доносе исправне закључке, да своје резултате изражавају на правилан начин и да из података до којих су дошли извуку што је могуће више корисних информација (али не и више од тога!). У одређеним ситуацијама, нарочито када се на основу лабораторијских мерења доносе важне медицинске, технолошке, пословне, судске и друге одлуке, правилна интерпретација резултата може бити од посебно великог значаја и вредности. Хемичар и фармацеут могу да буду питани, и од њиховог стручног мишљења могу да зависе одлуке, о тако важним стварима као што су:

* да ли ће се исплатити инвестиција у рудник (у који треба уложити 5 милиона $);
* да ли се јефтинија домаћа хемикалија сме употребити уместо скупље увозне (анализа количине штетних примеса);
* да ли набавити јефтинији и мање прецизни или скупљи и прецизнији мерни инструмент;
* да ли је вода из бунара добра за пиће;
* да ли становницима града треба забранити да се купају у реци;
* из које фабрике је испуштен отров који је затровао рибе у реци;
* да ли роба одговара декларацији (да ли се ради о трговачкој подвали);
* да ли се шлеперу натовареном кикирикијем сме дозволити прелазак границе и улазак у земљу (доказивање афлатоксина);
* да ли је оптужена супруга (удовица) отровала свога мужа (анализа садржаја желуца покојника);
* да ли је оптужени извршио силовање (утврђивање идентичности ДНК оптуженог и ДНК нађене у сперми на месту злочина);
* да ли је пожар подметнут (доказивање трагова бензина на жгаришту);
* да ли је спортиста имао допинг и да ли му треба одузети медаљу (доказивање трагова анаболика у мокраћи);
* да ли је анализа коју је урадио неки други хемичар и закључци који су из ње изведени прихватљиви и научно оправдани (супервештачење).

Фармацеут и хемичар неће доносити одлуку, али њихово експертско мишљење може бити пресудно. Ни један од наведених послова хемичар не може ваљано обавити ако не познаје поступке за обраду мерних резултата.

***Пример 1*.** Извршена је анализа 10 узорака руде никла са различитих локалитета једног будућег рудника. Нађено је да у узорцима руде има 4,0%, 3,7%, 2,7%, 2,6%, 2,6%, 2,6%, 2,5%, 0,9%, 0,9%, 0,3% никла. Средња вредност ових 10 мерења је 2,3%.

Инвеститор ће донети одлуку о отварању рудника само ако буде сигуран да у руди има (у просеку) више од 2% никла. Шта се може закључити из наведених резултата?

Касније ћемо видети да инвеститора треба упозорити да се на основу извршених анализа не може закључити да руда садржи довољну количину метала. Можемо једино са 95-процентном вероватноће тврдити да садржај никла у руди прелази 1,4%.

Сваком фармацеуту и хемичару је из праксе познато да када исто мерење понавља више пута добија блиске, али не и потпуно исте резултате. То је последица тога што се материјали на којима се изводе поновљена мерења (на пример, узорци који се анализирају) међусобно разликују, као и немогућности да се експериментални услови у више узастопних мерења подесе да буду апсолутно идентични. Због разноразних утицаја који се не могу у потпуности контролисати, резултат сваког појединачног мерења је у извесној мери непредвидив. Можемо то рећи и тако да свако мерење има (делимично) карактер случајног догађаја.

Нека известан експеримент (или неко мерење, или уопште, нека појава) има више могућих исхода. Приликом једног конкретног извођења тог експеримента реализоваће се један одређени исход. Тај исход можемо сматрати случајним догађајем или, прецизније речено: једном конкретном реализацијом тог случајног догађаја.

Најпростије речено, случајним називамо појаве које се могу остварити на више различитих начина, или процесе који могу тећи у више узастопних праваца, и чији исход (пре него што се догодио) не можемо у потпуности предвидети. При томе, са наше тачке гледишта, није битно зашто не можемо предвидети тај исход (због карактера самог догађаја, због немогућности да се контролишу и утврде параметри од којих зависи исход догађаја, због наше недовољне информисаности, због нашег незнања и слично). Оно што је за неког случајни догађај за неког другог не мора бити.

Случајни догађаји, односно њихови исходи могу, али не морају, да се изразе бројчаним величинама. Нас ће, из разумљивих разлога, занимати само такви случајни догађаји чији исходи се изражавају бројевима. Ограничићемо се на ситуације када се сваки исход може изразити једним јединим бројем (што, иначе, у реалном животу, па и у пракси фармацеута и хемичара није увек случај). Тада нећемо правити разлику између самог догађаја (на пример, поступак мерења у лабораторији или кошаркашка утакмица) и бројем исказаног исхода тог догађаја (резултат мерења, резултат утакмице) и говорићемо о случајним променљивим.

Неким случајним догађајима са небројчаним исходима лако можемо придружити одговарајућу случајну (бројчану) променљиву. На пример, ако је догађај који посматрамо порођај, а исход који нас занима пол детета, онда исходу „женска беба“ можемо придружити број +1, а исходу „мушка беба" број -1.

На пример, ако бацимо новчић он падне на главу или на писмо. Пре него што га бацимо, немамо никаква сазнања на коју ће страну пасти, али знамо да ће то бити писмо или глава. Наравно, након што смо га бацили, знамо који је исход. Aко наставимо да бацамо новчић, требало би да добијемо неколико глава и неколико писама. Aко наставимо са истим извесно време, онда ћемо очекивати да добијемо исто онолико глава колико и писама. Вероватноћа да добијемо главу је половична, јер у дугом низу бацања, глава би требало да падне у половини од укупног броја бацања. Број глава који би могао да настане у неколико бацања новчића зове се случајна променљива (*random variable*), то јест, променљива која може да добије више од једне вредности у датим вероватноћама.

На исти начин, бачена коцкица може да покаже шест лица, бројеве од један до шест, са једнаком вероватноћом. Код бацање коцке (шест могућих исхода) придруживање бројева исходима је очигледно. Mожемо да испитујемо случајне променљиве као што су број шестица у датом броју бацања, број бацања пре прве шестице, и тако даље.

Лекари данас могу утврдити пол детета док је још у мајчиној утроби и онда он за родитеље (ако им лекар саопшти тај податак) није случајан; ако се то не учини, онда пол детета сазнајемо приликом рођења и то је за родитеље (у нашој терминологији) "случајна променљива“.

Сусрет младића и девојке може бити случајан догађај са различитим исходима (понекад прилично дуготрајним); таквом догађају би било тешко придружити случајну променљиву.

Важно је следеће: ***Резултат било каквог мерења можемо сматрати случајном променљивом***. Наведимо сада један пример.

***Пример 2*.** Мери се принос неког препарата који хемичар треба да синтетизује. Резултат се изражава у процентима. Могући исходи мерења су сви бројеви између 0 и 100. При томе би принос од 100% одговарао ономе што предвиђа теорија (стехиометрија), а што се у стварности никада не добија. У једном конкретном случају принос може бити 37,2%, у другом 87% - то су случајни догађаји. Код аљкавог хемичара принос може бити и преко 100%. (Зашто?)

Приметимо да нису сви исходи једнако вероватни (као што је то у случају бацања новчића или коцке). Из претходног искуства се, рецимо, може знати да се приноси из претходног примера крећу између 80% и 90% (ако препарат ради искусни хемичар) или око 50% (ако га раде студенти).

Случајна променљива може бити дискретна или непрекидна (континуална). Ако имамо коначно много исхода или ако су исходи пребројиви, случајна променљива је дискретна. Ако се као исходи могу јавити сви бројеви из неког интервала, случајна променљива је непрекидна. Принос препарата, наведен у овом примеру, јесте непрекидна случајна променљива. У следећем примеру навешћемо неке дискретне случајне променљиве.

***Пример 3*.** Хемијском анализом концентрације сумпор-диоксида у ваздуху у халама неке фабрике можемо добити следеће резултате:

1. концентрација је у оквиру законом дозвољених граница (мања је од 10 ),
2. концентрација прелази законом дозвољене границе (већа је од 10). Имамо, дакле, само два исхода, који се (уз одређене резерве) могу сматрати случајним.

Претпоставимо сада да фабрика набави аутоматски мерач концентрације . Када концентрација пређе 10 уређај даје узбуну, производња се прекида, хале се проветравају и затим се производња наставља. Број прекида производње (услед овог узрока) током месец дана јесте дискретна случајна променљива која може имати неограничено много исхода.

Квантитативне карактеристике, се изражавају бројевима, односно, то су она обележја која се могу бројати или мерити (нпр. број оболелих, године живота, дужина боловања, температура, број и дужина ремисија, количина липида у серуму, количина уреје у урину, ниво албумина у ликвору, број еритроцита, фреквенција пулса, респираторна фреквенција, број порођаја, број кура терапије, број бактеријских колонија, број колика, висина, тежина, крвни притисак, јачина терапијске дозе, седиментација еритроцита, проценат ретикулоцита, итд.).

Дискретне променљиве су оне променљиве која могу узимати само поједине вредности (целе бројеве) из бројног интервала у коме леже односно варирају (нпр. број оболелих, број ремисија, фреквенција пулса, број еритроцита итд.). Оне су резултат пребројавања.

Непрекидне променљиве су оне променљиве која могу користити сваку реалну вредност из бројног интервала у коме леже односно варирају (нпр. јачина терапијске дозе, дужина ремисија, крвни притисак, температура итд.). Оне су резултат мерења.

## Грешке при мерењу

Основни задатак мерне технике је да одреди праву вредност мерене величине, имајући у виду околности под којима се врши мерење. И поред примене савремених техника мерења, мерне опреме високих перформанси и уз сву могућу пажњу долази до одређених одступања између стварне и измерене вредности. Грешке мерења настају због несавршености мерне опреме, поступка (процедуре) мерења, објекта мерења и знања и вештине особе која врши мерење. Што је грешка мерења мања, мерење је тачније.

Због наведеног мерење није потпуно, тј. резултат мерења нема праву вредност, ако се поред измерене вредности на неки начин не дефинишу и границе у којима се налази стварна вредност у односу на измерену.

### Грубе грешке

Грубе грешке настају непажњом особе која врши мерење, избором неодговарајуће методе (поступка) мерења или због неуочавања узрока грешке. Пример је да се код инструмента са више скала прочита вредност на погрешној скали. Генерално, грубе грешке мерења избегавају се већом пажњом приликом мерења. Најчешће резултати са грубом грешком значајно одступају од средње вредности већег броја мерења, па их је лако уочити током анализе и одстранити из скупа мерних података.

### Систематске грешке

Систематске грешке настају због несавршености мерне опреме, процедуре мерења или мерног поступка, мерног објекта, као и због утицаја околине и личних утицаја особе која врши мерење који су обухватљиви. Ове грешке имају одређену вредност и предзнак, па могу да се узму у обзир приликом корекције.

Постоје и систематске грешке чија вредност није позната, па није могућа њихова корекција. И овакве систематске грешке имају непознату фиксну (сталну) вредност и непознати (али увек исти) предзнак.

Чест је случај да прикључивање мерне опреме изазива систематску грешку мерења. Пример је прикључивање волтметра који има коначну улазну отпорност због чега долази до промене напона у тачкама где се он прикључује.

Због наведеног увек морамо да имамо у виду ограничења мерне опреме коју користимо. Никада не треба посматрати мерну опрему као идеалну, већ треба увидом у документацију и одређеним проверама одредити карактеристике које могу да доведу до грешке у мерењу.

### Случајне грешке

Случајне грешке настају услед необухватљивих промена које настају у мерним инструментима и мерном објекту (нпр. ефекти старења компоненти) и услед необухватљивих утицаја околине и особе која врши мерење. Ове грешке су резултат великог броја фактора који различито делују на свако појединачно мерење. Због тога се мења и апсолутни износ и предзнак случајне грешке. Ове грешке доводе до расипања резултата и до несигурности у одређивању стварне вредности мерења.

Појединачни мерни резултати са случајним грешкама су подједнако значајни за мерење, ни један од њих није у предности. Гаус (1795. године) је показао да је у овом случају према методи најмањих квадрата средња вредност (аритметичка средина) појединачних резултата највероватнија вредност мерене величине.

## Апсолутна и релативна грешка

По правилу резултати мерења неке величине се донекле разликују од стварне вредности те величине. Разлика између измерене (или израчунате) вредности неке величине и њене стварне вредности назива се *грешка*.

Ако са Xstv означимо стварну вредност величине, а са Xizm измерену вредност величине X, онда је *апсолутна грешка* тог мерења

#### 

Треба обратити пажњу да је апсолутна грешка дефинисана тако да не може бити негативна. *Релативна грешка* је однос између апсолутне грешке и стварне вредности измерене величине, дакле



Релативна грешка је неименовани број и такође не може бити негативна. Често се изражава у процентима. Релативна грешка се (под претпоставком да нам је однекуд позната апсолутна грешка) одређује на основу приближне формуле



која важи под условом да је.

Јасно је да појам релативне грешке има смисла само ако је Xstv различито од нуле. Релативну грешку треба избегавати и онда када су вредности Xstv и/или Xizm блиске нули. Ако о томе не водимо рачуна, примена ових формула може довести до бесмислених и потпуно неупотребљивих закључака.

Апсолутна грешка се у принципу може поделити на два дела - на *систематску* и на *случајну грешку*. Као што смо навели систематска грешка је последица несавршености и/или неисправности мерног уређаја. Недовољна обученост особе која врши мерење може да постане извор систематске грешке и код иначе исправног мерног уређаја.

***Пример 1***. Систематска грешка настаје коришћењем лоше баждарених уређаја (нпр. тегова за вагу, нормалних посуда, термометара, апарата за крвни притисак, ...). Чак и исправни мерни уређаји дају одређену грешку. Наиме, сваки мерни уређај има границу осетљивости или му скала омогућује очитавање само до одређене тачности.

Када једно мерење понављамо под што је могуће сличнијим условима, систематска грешка остаје иста. Методама за установљавање и отклањање систематских грешака се овде не бавимо.

Приликом сваког мерења јављају се и случајна одступања мерног резултата од “праве“ вредности. То доводи до случајне грешке, којом ћемо се овде опширно позабавити. Постоје, у принципу, три групе узрока настанка случајних експерименталних грешака.

1. Неке физичке, физичко-хемијске и хемијске појаве су такве да њихово мерење (под апсолутно идентичним условима) даје нерепродуктивне резултате. Та нерепродуктивност је једна типична појава о којој води рачуна квантна теорија; она се по правилу манифестује у експериментима у којима се мере особине микрообјеката (атома, молекула и слично). Подсећамо на чувену Хеисенбергову релацију неодређености: Δx Δp ≥ h/(2π), где је Δx грешка у одређивању положаја, Δp грешка у одређивању импулса, h је Планкова константа (6,6•10-34Јs) и π = 3,14.

Грешке мерења условљене због случајног карактера самих природних закона који владају у микросвету су по правилу много редова величина мање од грешака и одступања насталих због других наведених разлога. Због тога су ове грешке за практичаре (осим можда оне који се баве спектроскопијом) без икаквог значаја и о њима се не мора водити рачуна.

2. У лабораторији покушавамо да мерења изводимо под што је могуће боље контролисаним и сличнијим условима. Ово је лако замислити, али је мало мање лако остварити у пракси. То се посебно односи на мерне поступке које врше хемичари, који се обично састоје од великог броја операција које трају дуже времена. Осим када се врше екстремно прецизна мерења, у хемијској лабораторији се не води рачуна о таквим “споредним” ефектима као што су температура у лабораторији, атмосферски притисак, влажност ваздуха, промаја, изложеност сунчевом и другом зрачењу, начин и средства којим су (претходно) чишћени делови експерименталног уређаја, присуство других супстанци (насталих у експериментима које изводи неки други хемичар у близини), итд. Можете сами да допуните овај списак.

Мерења изводи хемичар, и он својом непажњом, неспретношћу, неувежбаношћу, а често и крајњим немаром уноси додатну непредвидљивост у добивене резултате. Хемичар можда током рада са колегом разговарао о фудбалу, можда има кијавицу, можда је заљубљен, можда је попио коју чашицу више, можда је незадовољан платом коју прима, итд.

Све наведено, и још многи други сродни детаљи, доводе до тога да се од лабораторијских мерења никако не може очекивати да су без случајне експерименталне грешке.

3. Ако је тешко контролисати услове унутар лабораторије још много теже (у ствари немогуће) их је контролисати у теренским околностима. Хемијска мерења се често врше на више различитих узорака, сакупљених на различитим местима, у различито време и под различитим околностима. Ти узорци по правилу имају неједнаке хемијске карактеристике.

Различитост између узорака нужно доводи до разлика у резултатима одређивања њихових хемијских особина. Ако наручилац посла жели да на основу свих тих узорака добије само један резултат, онда се одступања између појединачних мерних резултата формално третирају као грешке мерења мада она то у стварности нису.

Ако је позната грешка, онда се мерни резултат обавезно мора изражавати у облику



Ову формулу схватамо као тврдњу да се стварна вредност мерене величине налази у интервалу (), то јест да су задовољене неједнакости



Касније ћемо видети да можемо проценити и вероватноћу да Xstv заиста задовољава ову неједнакост.

У пракси је веома ретко позната “истинита“ вредност мерене величине Xstv. У ствари, ако бисмо познавали Xstv није јасно чему би уопште служила свака даља расправа о грешци мерења.

Ако нам Xstv није познато онда се не могу одредити и из једначина за апсолутну и релтивну грешку. Да би се та тешкоћа заобишла, апсолутна грешка се процењује на различите начине.

***Пример 2*.** Често се апсолутна грешка идентификује с најмањом променом која се још може очитати на скали мерног инструмента. То је 0,1 mg за масу одмерену на стандардној аналитичкој ваги, 0,01 ml за запремину одмерену биретом и слично. То су веома оптимистичке процене.

Уместо стварне апсолутне грешке можемо увек употребити неку процену апсолутне грешке за коју има ваљаних разлога да се верује да је већа, али не сувише већа, од стварне апсолутне грешке. У наставку наших разматрања, подразумеваћемо да представља такву једну процену.